О некоторых интерполяционных формулах для функций, заданных на множестве матриц с умножением по Адамару

М. В. Игнатенко, Л. А. Янович (Минск, Беларусь)

Пусть $F(A,B)$ – функция от двух независимых матричных переменных A, B, а переменные A, B, узлы интерполирования (A_i, B_i) и значения $F(A_i, B_i)$ $(i = 0,1,2)$ являются прямоугольными матрицами одинаковой размерности. Введем обозначения $D = (A_0 - A_1) \cdot (B_1 - B_2) - (A_1 - A_2) \cdot (B_0 - B_1)$,

$$l_{10}(A,B) = [(A - A_1) \cdot (B_1 - B_2) - (A_1 - A_2) \cdot (B - B_1)] \cdot D^{\overset{\bullet}{-1}},$$

$$l_{11}(A,B) = [(A - A_0) \cdot (B_2 - B_0) - (A_2 - A_0) \cdot (B - B_0)] \cdot D^{\overset{\bullet}{-1}},$$

$$l_{12}(A,B) = [(A - A_0) \cdot (B_0 - B_1) - (A_0 - A_1) \cdot (B - B_0)] \cdot D^{\overset{\bullet}{-1}},$$

где символ "$\cdot$" – знак умножения матриц по Адамару, $D^{\overset{\bullet}{-1}}$ – матрица, обратная для D по Адамару. Для формулы линейной интерполяции

$$L_{11}(A,B) = l_{10}(A,B) \cdot F(A_0,B_0) + l_{11}(A,B) \cdot F(A_1,B_1) + l_{12}(A,B) \cdot F(A_2,B_2)$$

выполняются равенства $L_{11}(A_i,B_i) = F(A_i,B_i) \quad (i = 0,1,2)$. Эта формула инвариантна относительно матричных многочленов вида

$$P_1(A,B) = l_{10}(A,B) \cdot C_0 + l_{11}(A,B) \cdot C_1 + l_{12}(A,B) \cdot C_2,$$

где произвольные прямоугольные матрицы C_i той же размерности, что и матрицы $F(A_i,B_i) \quad (i = 0,1,2)$.

Пусть, далее, $A = A(t)$, узлы $A_0(t)$, $A_1(t)$ – матрицы одинаковой размерности, заданные на отрезке $[a,\ b]$, а оператор $F(A)$ определен в узлах $A_0(t)$, $A_1(t)$ и на матричной кривой $A_0(t) + \chi(\tau,t)(A_1(t) - A_0(t))$, где функция $\chi(\tau,t) = \left\{ \begin{array}{l} 1,\ \tau \geq t; \\ 0,\ \tau < t, \end{array} \right.$, $\chi(a,t) \equiv 0$, а $\chi(b,t) \equiv 1$ $(a \leq \tau, t \leq b)$. Одна из формул линейной интерполяции на множестве непрерывных на отрезке $[a,\ b]$ матриц может быть записана с помощью интеграла Стилтьеса в виде

$$L_{10}(A) = F(A_0) +$$

$$+ \int_a^b [A(\tau) - A_0(\tau)] \cdot [A_1(\tau) - A_0(\tau)]^{\overset{\bullet}{-1}} \cdot d_\tau F[A_0(t) + \chi(\tau,t)(A_1(t) - A_0(t))],$$

для нее справедливы интерполяционные условия $L_{10}(A_i) = F(A_i)$ $(i = 0,1)$.

Ряд других интерполяционных формул произвольного порядка для функций от матриц получен в [1-2].

Литература

1. *Makarov V. L., Khlobystov V.V., Yanovich L.A.* Methods of Operator Interpolation. *Праці Ін-ту математики НАН України.* Vol. 83 (2010), 1-517.

2. *Yanovich L. A., Hudyakov A. P.* On one class of interpolating formulas for functions of matrix variables. *J. Numer. Appl. Math.* № 2(105) (2011), 136-147.